XIII Seminario ESTALMAT

JUGANDO CON NÚMEROS

15-17 Abril 2021

ESTALMAT ANDALUCÍA OCCIDENTAL

GRUPO DE PROFESORADO DE CÁDIZ

ANTONIO GÁMEZ MELLADO

SESIÓN 1º ESTALMAT: JUGANDO CON NÚMEROS

Contenido

1. Contexto y enfoque.
2. Objetivos previstos.
3. Presentación de actividades.
4. Reflexiones y conclusiones.
5. Discusión y debate.

1. CONTEXTO Y ENFOQUE

- Sesión de primer curso Estalmat, Andalucía Occidental.
- Cursos 2017-2018, 2018-2019, …
- Se utiliza como material la calculadora.
- Manejo de expresiones algebráicas.
- Uso de distintas estrategias de resolución.
- Diferencia entre demostración y comprobación.
- Actividades con una solución, con varias soluciones y sin solución.
- Este tipo de actividades fomentan el trabajo en grupo.
- Participación activa y dinámica.
- Ambiente agradable y distendido.
- No presenta demasiada dificultad, y se va graduando de menor a mayor.
- Facilita la reflexión y el debate en grupo.

2. OBJETIVOS PREVISTOS

- Plantear actividades divertidas.
- Facilitar el trabajo en equipo.
- Presentar problemas abiertos.
- Potenciar el razonamiento abstracto.
- Plantear situaciones de la vida cotidiana.
- Fomentar el pensamiento crítico.
- Facilitar la autoreflexión, la discusión y el debate.

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- Se presentan diversas actividades agrupadas en los tópicos siguientes:

  - ✓ Curiosidades numéricas.
  - ✓ Juegos de magia con números.
  - ✓ Trucos con números.
  - ✓ Juegos numéricos.
  - ✓ Cálculos con números.
  - ✓ Series de números.
  - ✓ Razonamientos con números.
  - ✓ Números en la vida cotidiana.
  - ✓ Otras formas de operar con números.

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Curiosidades numéricas:**

Una división curiosa: El número 370370370 al dividirlo entre 3 nos da un resultado muy especial. ¿Eres capaz de encontrarlo?

370370370 / 3 = 123456790

El número 142857 es muy particular.

Multiplica 142857 por 2. Anota el resultado. 142857 * 2 = 285714
Multiplica 142857 por 3. Anota el resultado. 142857 * 3 = 428571
Multiplica 142857 por 4. Anota el resultado. 142857 * 4 = 571428
Multiplica 142857 por 5. Anota el resultado. 142857 * 5 = 714285
Multiplica 142857 por 6. Anota el resultado. 142857 * 6 = 857142

¿Qué tienen en común todos los resultados?
En el resultado siempre aparecen los mismos números y además con orden cíclico …

Multiplica 142857 por 7. ¿A que también es curioso? 142857 * 7 = 999999

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

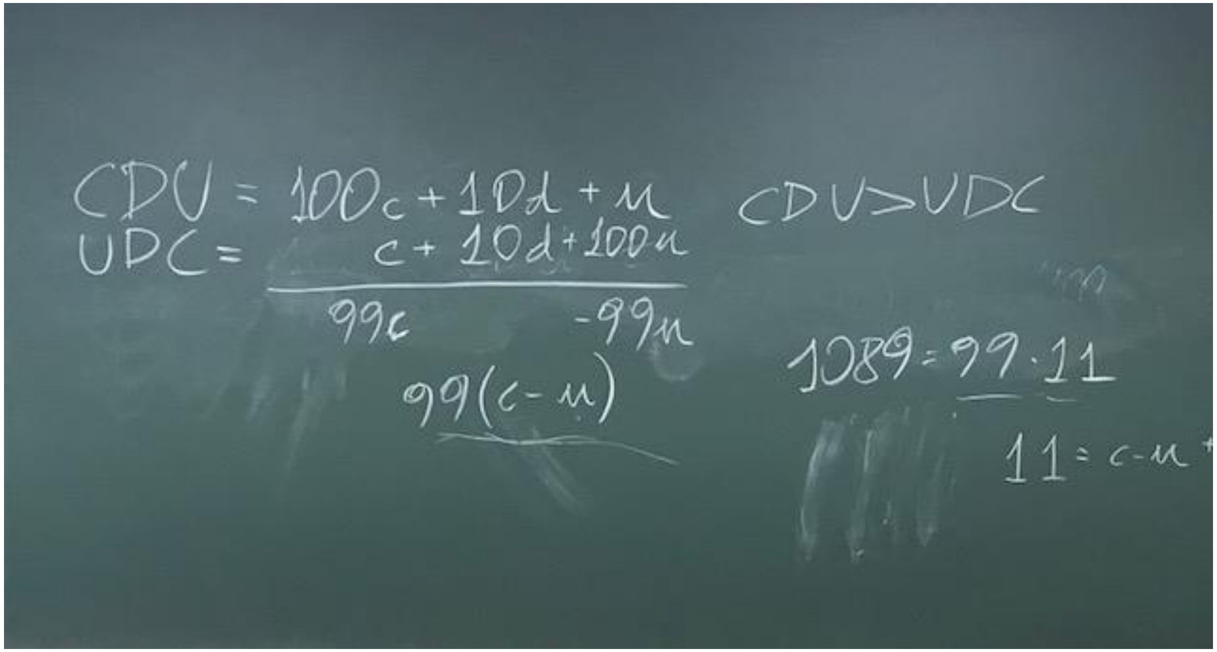
- **Juegos de magia con números:**

Elige un número al azar de tres cifras que no sea capicúa (que la primera y la última cifra no coincidan). A continuación, escribe el número al revés.
Ahora tenemos dos números. Al mayor réstale el menor, obteniendo así otro número de tres cifras (poniendo ceros a la izquierda si fuera necesario).
Coge este número y súmale el resultado de escribirlo al revés.
Cuando hayas terminado de hacer todas las operaciones ……. un mago te dirá el número que has obtenido.
Por ejemplo, si elegimos el 321, y hacemos las operaciones: 321-123 = 198; 198+891 = 1089. El número obtenido es el siguiente: 1089.

Intenta explicar dónde está la magia. ¿Se obtiene siempre el mismo número? ¿Por qué se indica que el número no puede ser capicúa? ¿Qué pasaría en este caso?
Si elegimos, por ejemplo el 642, y hacemos las operaciones: 642-246=396; 396+693=1089
Si sumamos dos números de tres cifras invertidos tenemos 909+ 2*90 = 1089
Si fuese capicúa tendríamos lo siguiente: 646-646=000; siempre sería cero.

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Juegos de magia con números:**



3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Juegos de magia con números:**

Vamos a hacer ahora otro juego de adivinación, pero ahora de dos números, cada uno de ellos de una cifra. Dile a tu compañero que piense un número de una cifra. A continuación que lo multiplique por 5. Al resultado que le sume 4. Al resultado que lo multiplique por 2. Luego que le sume otro número de una cifra. Tu puedes adivinar los dos números pensados simplemente restándole 8 a esa cantidad. Obtendrás un número de 2 cifras que son los números buscados.

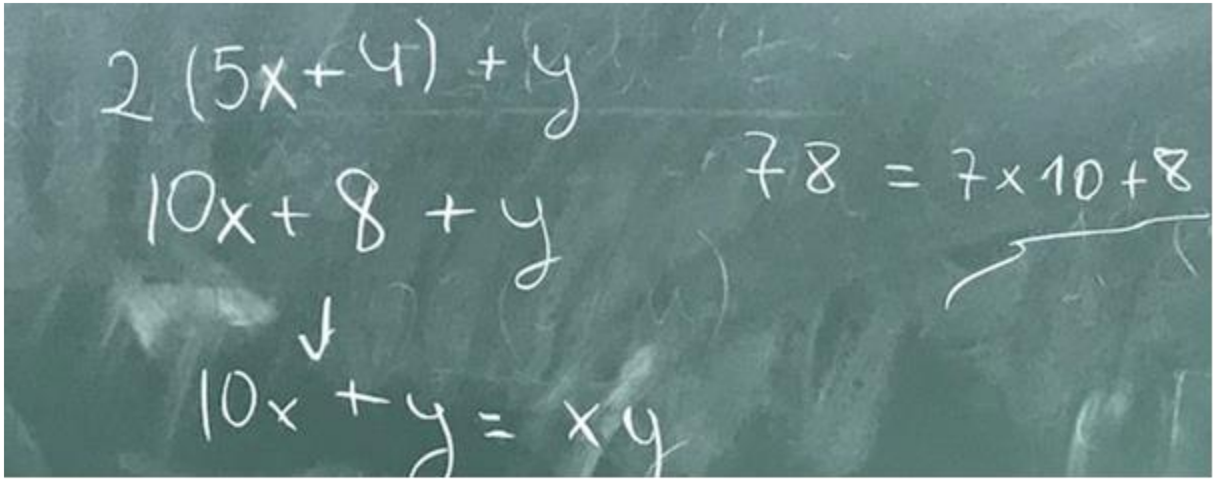
Explica por qué se obtiene dicho número.

Piensa los números 4 y 6, y por tanto haría las siguientes operaciones: 4*5= 20; 20+4= 24; 24*2= 48; 48+5 = 53; si restamos 8 tengo 53-8 = 45, así que los números son 4 y 5.

Explicación: Si los números son a y b tenemos: (5a+4)*2+b= 10a +8+b, si resto 8 tenemos 10a+b, luego ab.

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Juegos de magia con números:**



3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Juegos con números: El juego del todo a 100.**

El juego consiste en lo siguiente: Usando una sola vez cada una de las cifras del 1 al 9, encontrar una expresión cuyo resultado sea 100. En este caso vamos a ser muy estrictos y sólo vamos a admitir las cuatro operaciones básicas y, por supuesto, los paréntesis. Existen muchas soluciones a este problema. Son especialmente interesantes aquellas en las que las cifras aparecen en su orden natural o en el orden inverso.
Como ejemplo, te mostramos tres soluciones:

1+2+3-4+5+6+78+9=100

123-4-5-6-7+8-9 =100

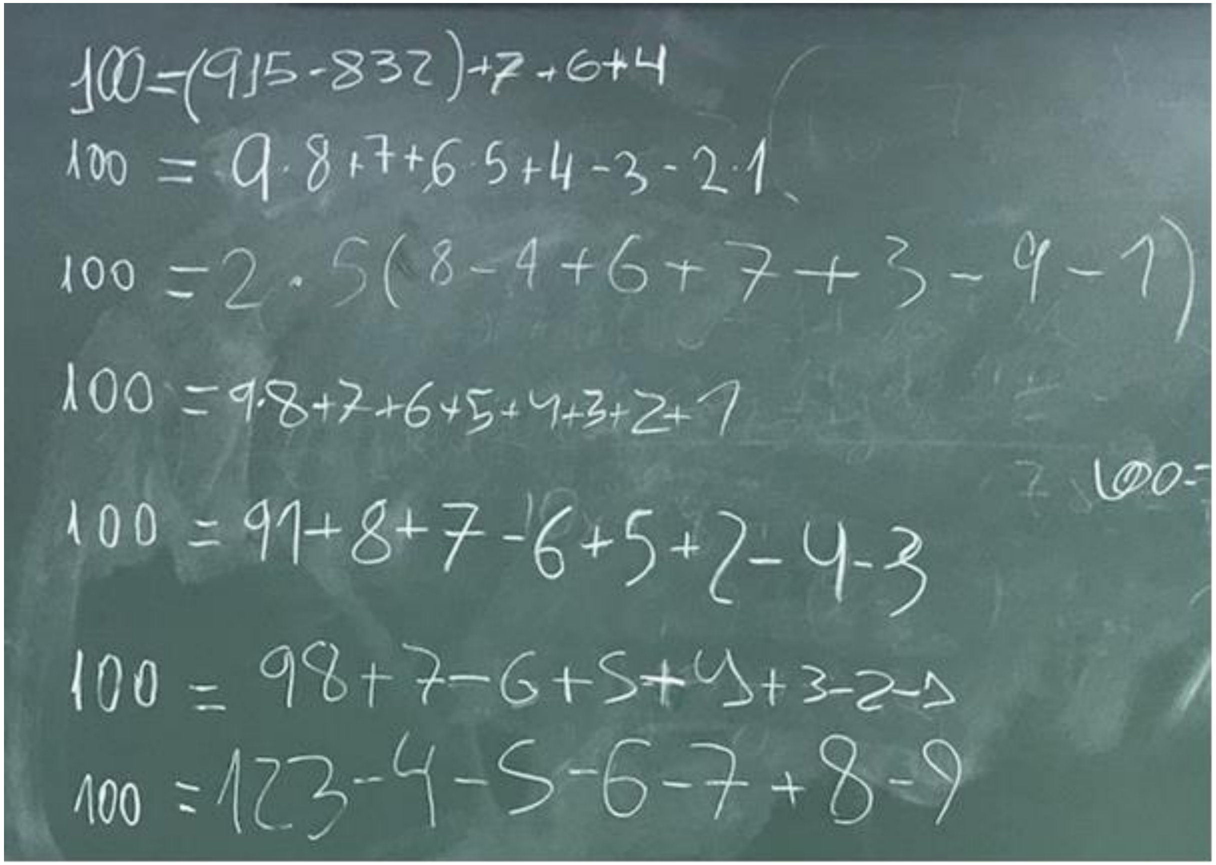
9-8+76-5+4+3+21=100

Bueno, pues aquí va el reto: ¿eres capaz de encontrar otras expresiones que sumen 100?

1+23-4+56+7+8+9=100; 98+3+4+7+1-5-6-2=100;
1+2+3+4+5+6+7+8*9=100; 123+4-5+67-89=100

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Juegos con números: El juego del todo a 100**



3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Juegos con números: ¡Qué suma más rara!**

A continuación, te mostramos una imagen con diferentes *sumas muy raras*. Trata de dar una explicación al resultado de cada una de ellas:

8 + 2 = 16106
5 + 4 = 2091
9 + 6 = 54153
7 + 5 = 35122
20 + 3 = 602317

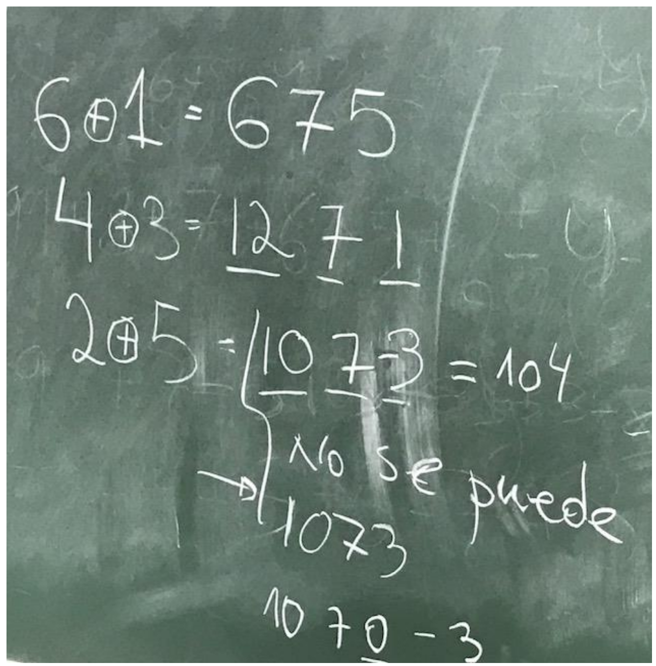
Cuando tengas la explicación, trata de calcular el resultado de las siguientes sumas:

Primero el producto, luego la suma y después la diferencia entre el primero y el segundo.

6 + 1 = 675
4 + 3 = 1271
2 + 5 = 107(-3) No se puede

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Juegos con números: ¡Qué suma más rara!**



3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Cálculos con números: Igualando a 30.**

A continuación, te mostramos una imagen que debes completar para que la suma sea 30. Pero en los cuadros sólo puedes utilizar los números siguientes: (1,3,5,7,9,11,13,15)
Nota: se pueden repetir los números.

$$\square + \square + \square = 30$$

No se puede resolver pues la suma de tres impares es impar.
Algunos estudiantes indican lo siguiente 0+15+15=30, otros rellenan más de un número en cada casilla, por ejemplo (5+5)+13+7=30, etc.
Y la solución, un poco más imaginativa 13+11+ 9 =30 (eso sí escribiendo el 9 al revés 13+11+6=30)

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Cálculos con números: El mayor número con 3 dígitos.**

¿Cuál es el mayor número que puedes obtener utilizando tres dígitos? Pueden repetirse los dígitos.

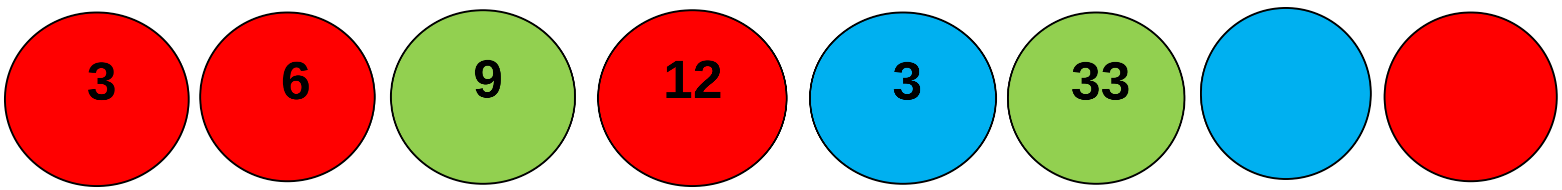
$$9\text{\^{}}(9^9) = 9^{387420489} = 4.2812477 \times 10^{369693099} \;;$$
$$(9^9)^9 = 9^{81} = 1.966271 \times 10^{77} \;;$$
$$99^9 = 9.135172474836 4 \times 10^{17} \;;$$
$$9^{99} = 2.95126654 \times 10^{94}$$

Se pueden calcular con wolfram alpha: https://www.wolframalpha.com/

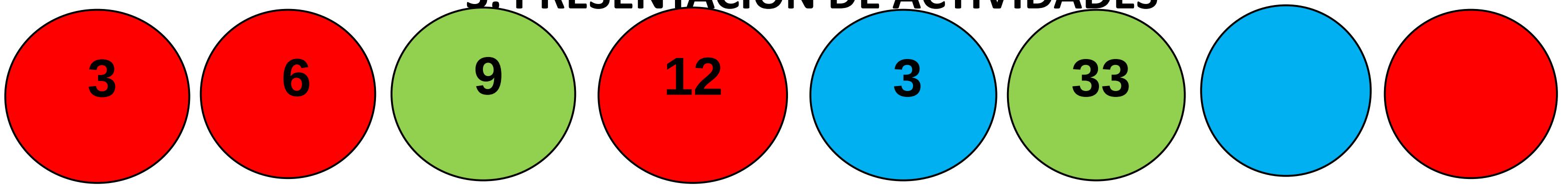
3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Series de números: Sigue la serie.**

Trata de dar una explicación al resultado de cada una de las bolas y calcula los números que deberían figurar en las dos últimas bolas.



3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES



Podríamos no considerar el color de las bolas, pero sería muy complicado encontrar una secuencia. Si tenemos en cuenta los colores de las bolas rojas 3, 6, 12 entonces vamos a considerar varias opciones:

<u>Opción1</u> -> La bola roja se obtiene sumando 3 unidades a la bola anterior. De esta forma la bola roja sería 3 unidades más que la bola azul.

<u>Opción2</u> -> La bola roja se obtiene del resultado de multiplicar su posición por 3, y por tanto en este caso la última bola roja debería ser 8*3=24.

Considerando ahora las bolas verdes tenemos que la primera bola verde se obtiene sumando las dos anteriores, esto es, 3+6=9, y la segunda bola verde se obtiene sumando todas las bolas anteriores, esto es, 3+6+9+12+3=33.

Consideramos ahora las bolas azules tenemos que puede haber varios razonamientos lógicos:

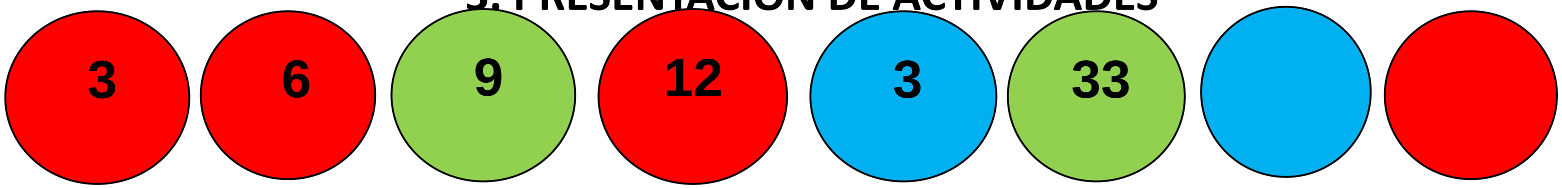
<u>Opción3</u> -> La bola azul restando las dos bolas anteriores, esto es, 12-9=3, y con este razonamiento tendremos que la siguiente bola azul sería 33-3=30.

<u>Opción4</u> -> La bola azul se obtiene de sumar los dígitos de la bola anterior, esto es, la primera bola azul es 1+2=3, por lo que la segunda bola azul sería 3+3=6.

<u>Opción5</u> -> La bola azul se obtiene de restar a su posición 2 unidades, esto es, 5-2=3, por lo que la segunda bola azul será 7-2=5.

<u>Opción6</u> -> La bola azul se obtiene de restar a la bola anterior 9 unidades, esto es, la primera bola azul sería 12-9=3, y la segunda bola azul sería 33-9=24.

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES



Algunas soluciones posibles son:

Si combinamos la opción1 y la opción 3 tenemos la solución siguiente: 3,6,9,12,3,33, 30, 33
Otra posible solución sería combinar la opción1 y la opción4, y tenemos: 3,6,9,12,3,33, 6, 9
Otra posible solución sería combinar la opción1 y la opción5, y tenemos: 3,6,9,12,3,33, 5, 8
Otra posible solución sería combinar la opción1 y la opción6, y tenemos: 3,6,9,12,3,33, 24, 27
Otra posible solución sería combinar la opción2 y la opción3, y tenemos: 3,6,9,12,3,33, 30, 24
Otra posible solución sería combinar la opción2 y la opción4, y tenemos: 3,6,9,12,3,33, 6, 24
Otra posible solución sería combinar la opción2 y la opción5, y tenemos: 3,6,9,12,3,33, 5, 24
Otra posible solución sería combinar la opción2 y la opción6, y tenemos: 3,6,9,12,3,33, 24, 24

Si no consideramos el color de las bolas y lo dividimos en dos series 4 primeras bolas y las 4 últimas: 3=3; 6=3+3, 9=3+3+3, 12=3+3+3+3, y la otra serie son los dígitos de las 4 bolas, esto es 3, 33, 333, 3333

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Calcula el siguiente número de la serie.**

Trata de encontrar la lógica de esta serie y calcula el siguiente número de la serie de la derecha.

1 2 3 4 5 6 7 8 -> 4
2 3 4 5 6 7 - > 2
3 4 5 6 - > 2
4 5 - > ¿?

Puede ser un 1, si lo que vemos es el número de zonas cerradas.
Puede ser un 1, si lo que contamos es el número de dígitos que no sean primos.
Puede ser un 2, si contamos el número de dígitos que terminan en la letra O.

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Deduce el número de ceros que hay a la derecha del 99!**

Intenta deducir, sin realizar la operación, el número de ceros que hay a la derecha que hay en el número 99 !

Si descomponemos los números en factores, observamos que para conseguir un cero necesitamos contar cuántos 5 y cuántos 2 hay en dicha descomposición. Del 1 al 99 hay 9 números que terminan en cero. Así que ya tenemos 9 ceros. Como en cada decena de números hay un 2 y un 5, tenemos otros 10 ceros. Pero si observamos tenemos también los números 25, 50 y 75 que cada uno de ellos tiene otro 5 más en su descomposición en factores, por lo que tenemos otros 3 cincos más, y como tenemos 2 de sobra, conseguimos otros 3 ceros.
Así que tenemos 9+10+3=22 ceros.
Y por tanto el número 99! tiene 22 ceros a la derecha.

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Series numéricas: Siguiente ficha del dominó.**

De la figura siguiente, intenta deducir cuál es la siguiente ficha del dominó.

Explica cómo has obtenido la siguiente ficha. ¿Hay más de una solución?

Se trata de visualizar las fichas como fracciones. Se obtiene sumando las dos fichas anteriores. 8/2->4/1
Por tanto, la siguiente ficha del dominó es la cuatro-uno.

3. PRESENTACIÓN DE ACTIVIDADES

- **Puzzles de 2000 piezas.**

Deduce por qué los puzles de 2000 piezas no tienen 2000 piezas. Realmente tienen menos de 2000 piezas.

Los puzles de 2000 piezas no suelen construirse porque en caso de construirse serían demasiado apaisados o demasiado cuadrados.
Veamos la descomposición de 2000= 2^4 * 5^3
De esta forma se puede descomponer de alguna de las siguientes formas como producto de dos enteros.
2000 = 1*2000; 2*1000; 4*500; 8*250; 10*200; 16*125; 20*100; 25*80;
Todas estas configuraciones son muy apaisadas.
También se puede descomponer como 2000= 40*50 que es demasiado cuadrada.
Una configuración más adecuada es 54x37=1998 piezas; 54/37=1,46 (DIN A4)
Otra posible configuración adecuada 57x35=1995 piezas; 57/35=1,62(Nº Oro)

4.REFLEXIONES Y CONCLUSIONES

- De la experiencia desarrollada podemos indicar lo siguiente:

✓ Los estudiantes plantean sus propias estrategias de resolución.
✓ Se enfrentan a una edad temprana a retos numéricos de cierta complejidad.
✓ Al trabajar en equipo suelen compartir sus éxitos sin ningún problema.
✓ Se facilita el debate y la justificación de sus propios argumentos.
✓ Se destaca la importancia del rigor matemático.
✓ Se consolida lo aprendido.

5.DISCUSIÓN Y DEBATE

- En las actividades se han presentado propuestas de naturaleza muy diversa que fomentan la autoreflexión, la actitud crítica, la discusión y el debate entre iguales.
- Al trabajar entre iguales, el ambiente es siempre muy constructivo.
- Se respetan los turnos, y se argumentan muy bien las propuestas.
- Se discute la validez o no de las soluciones planteadas.
- Al no trabajarse sobre un tópico específico, no es tan importante llegar al final, sino el camino recorrido.
- El debate se autoregula, ya que lo más importante es definir bien los criterios, identificar lo que se acepta y lo que no se acepta.

Muchas Gracias

Antonio Gámez Mellado
antonio.gamez@uca.es